2. Übung am 20. März 2017

UV Angewandte Statistik (405.330), Ass.-Prof. Dr. Wolfgang Trutschnig
Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses
Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.
Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

Übungsaufgabe 6 Sei $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine i.i.d. Folge mit Verteilungsfunktion F, F_n bezeichne die empirische Verteilungsfunktion gemäß Gleichung (7.3). Berechnen Sie für $x, y \in \mathbb{R}$ die Kovarianz von $F_n(x)$ und $F_n(y)$.
(R): Bestätigen Sie Ihr Resultat mittels Simulationen.

Übungsaufgabe 7 (*) Beweisen Sie, dass

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0, \\ 1 - 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k-1}e^{-2k^2x^2} & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

tatsächlich eine Verteilungsfunktion ist. Ist F stetig bzw. sogar absolut stetig?

Übungsaufgabe 8 Verwenden Sie das CLT, um ein approximatives Konfidenzintervall für den Parameter λ einer Poissonverteilung zu konstruieren.
(R): Überprüfen Sie die Güte des Konfidenzintervalls für verschiedene samples sizes n mittels Simulationen.

Übungsaufgabe 9 X sei Poisson verteilt mit Parameter θ. Berechnen Sie den Maximum Likelihood Schätzer $\hat{\theta}_n$ für θ. Ist $\hat{\theta}_n$ erwartungstreu und/oder stark konsistent? Ist $\hat{\theta}_n$ asymptotisch normalverteilt?
(R): Bestätigen Sie Ihre Ergebnisse mittels Simulationen.

Übungsaufgabe 10 Sei $X \sim \mathcal{U}(0, \theta)$. Was wäre ein naheliegender Schätzer $\hat{\psi}_n$ von θ? Berechnen Sie nachfolgend den Maximum Likelihood Schätzer $\hat{\theta}_n$ für θ - stimmt er mit dem von Ihnen gefundenen Schätzer $\hat{\psi}_n$ überein? Modifizieren Sie den MLE $\hat{\theta}_n$ so, dass der resultierende Schätzer erwartungstreu ist.