

3. Übung am 27. März 2017

UV Angewandte Statistik (405.330), Ass.-Prof. Dr. Wolfgang Trutschnig

Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

Übungsaufgabe 11 Seien X absolut stetig mit Dichte $f_{a,b}(x) = ae^{-a(x-b)}\mathbf{1}_{[b,\infty)}$, wobei $a > 0$ und $b \in \mathbb{R}$ gilt. Berechnen Sie den MLE $\hat{\theta}_n = (\hat{\theta}_n^1, \hat{\theta}_n^2)$ für (a, b) . Welche Eigenschaften (Konsistenz, Erwartungstreue, Effizienz, etc.) haben $\hat{\theta}_n^1$ und $\hat{\theta}_n^2$?

Übungsaufgabe 12 Die Verteilungsfunktion F der Zufallsvariable X sei streng monoton wachsend auf $[a, b]$ (mit $a < b$) und erfülle $F(a) = 0, F(b) = 1$. X_1, \dots, X_n sei eine Zufallsstichprobe von X . $X_{(1)}$ und $X_{(n)}$ bezeichnen den ersten und den letzten Wert der Ordnungstatistik gemäss Aufgabe 3. Beweisen Sie, dass $X_{(1)} \xrightarrow{P} a$ sowie $X_{(n)} \xrightarrow{P} b$ gilt. Welche Bedeutung hat dieses Resultat für den MLE aus Aufgabe 10?

(R) Wie kann das Resultat mit Hilfe von R veranschaulicht werden?

Übungsaufgabe 13 Sei $X \sim \mathcal{U}(0, \theta)$. Berechnen Sie den Momentenschätzer $\hat{\theta}_n$ von θ . Ist $\hat{\theta}_n$ erwartungstreu und/oder stark konsistent? Ist $\hat{\theta}_n$ asymptotisch normalverteilt?

Übungsaufgabe 14 Sei $X \sim \mathcal{U}(-\theta, \theta)$. Berechnen Sie basierend auf der Momentenmethode einen Schätzer $\hat{\theta}_n$ von θ . Ist $\hat{\theta}_n$ erwartungstreu und/oder stark konsistent? Ist $\hat{\theta}_n$ asymptotisch normalverteilt?

Übungsaufgabe 15 (R) Sei $X \sim f_\theta(x) = (\theta + 1)x^\theta \mathbf{1}_{(0,1)}(x)$ gemäss Beispiel 2.10.

Betrachten Sie ein $\theta \in (-1, \infty)$ und ein $n \geq 20$ Ihrer Wahl, überlegen Sie sich, wie Stichproben x_1, \dots, x_n von X in R generieren können und berechnen Sie dann den Schätzer $\hat{\theta}_n$ aus Beispiel 2.10. Wiederholen Sie diese Schritte $R = 10.000$ mal und plotten Sie ein Histogramm der Schätzwerte.