

7. Übung am 22. Mai 2017

UV Angewandte Statistik (405.330), Ass.-Prof. Dr. Wolfgang Trutschnig

Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

Übungsaufgabe 31 (R) Satz 3.8 und Folgerung 3.9 lassen sich nicht einfach auf andere, absolut stetige Verteilungen übertragen. Suchen Sie mit Hilfe von Simulationen Beispiele von stetigen Verteilungen, für die die Verteilung von $\sqrt{n} \frac{\bar{X}_n - \mathbb{E}(X)}{\sqrt{S_n^2}}$ stark von t_{n-1} abweicht. Die beobachteten Eigenschaften müssen nicht bewiesen werden, Simulationen reichen.

Übungsaufgabe 32 Verwenden Sie die PIT (probability integral transform) um ein exaktes Konfidenzintervall C_n für den Parameter θ der Exponentialverteilung herzuleiten. Hinweis: Für $X \sim Ex(\theta)$ gilt $e^{-\theta X} \sim \mathcal{U}(0, 1)$ und damit $2\theta \sum_{i=1}^n X_i \sim \chi_{2n}^2$.

Übungsaufgabe 33 Sei X_1, X_2 i.i.d. $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ mit bekanntem σ^2 ; $X_{(1)}, X_{(2)}$ bezeichne die Ordnungsstatistiken. Beweisen Sie, dass dann $\mathbb{P}(X_{(1)} \leq \mu \leq X_{(2)}) = 0.5$ gilt und berechnen Sie $\mathbb{E}(X_{(2)} - X_{(1)})$. Überprüfen Sie die erhaltenen Aussagen mittels Simulationen in R.

Übungsaufgabe 34 Sei X_1, X_2, \dots, X_n eine Stichprobe von $X \sim F$, wobei die Verteilungsfunktion F stetig ist; $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ bezeichne, wie gewohnt, die Ordnungsstatistiken. Berechnen Sie das kleinstmögliche $n \in \mathbb{N}$ mit $\mathbb{P}(X_{(1)} \leq F^{-}(0.5) \leq X_{(n)}) \geq 0.99$. Überprüfen Sie das erhaltene Resultat mittels Simulationen in R für von Ihnen gewählte stetige Verteilungsfunktionen F .

Übungsaufgabe 35 (*) Erklären Sie, warum die Zeilen 52-88 in R-Codes_applied_stats07.R zur (heuristischen) Überprüfung der Unabhängigkeit von \bar{X}_n und S_n^2 im Falle von X_1, \dots, X_n i.i.d. $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ verwendet werden können.