

## 9. Übung am 23. Mai 2022

UV Angewandte Statistik (405.170)

**Übungsaufgabe 49.** Die in den letzten Wochen mehrmals erwähnte total variation Metrik hat viele spannende, und zum Teil unerwartete weitere Eigenschaften - beispielsweise kann der folgende Zusammenhang bewiesen werden (muss nicht gezeigt werden)

$$TV(\mu, \nu) = \inf\{\mathbb{P}(X \neq Y) : X \sim \mu, Y \sim \nu\}.$$

Beweisen Sie die folgende Gleichheit für den Fall, dass  $\mu, \nu$  absolut stetig mit Dichten  $f, g$  sind:

$$TV(\mu, \nu) = \frac{1}{2} \|f - g\|_1 = \int_{\mathbb{R}} (f - g)_+ d\lambda = \int_{\mathbb{R}} (g - f)_+ d\lambda$$

Hinweis: Für jedes reelle  $a$  gilt  $|a| = a + 2 \max(-a, 0)$

**Übungsaufgabe 50.** Gehen Sie das Kapitel ‘Binom.test’ in den Slides genau durch. Das in der R-Funktion *binom.test* verwendete Konfidenzintervall für den Anteil  $p$  ist das sog. Pearson-Clopper Konfidenzintervall. Finden Sie heraus (kleine Literaturrecherche), wie das Intervall konstruiert/berechnet wird und schließen Sie daraus, dass das Intervall Überdeckungswahrscheinlichkeit mindestens  $1 - \alpha$  hat.

**Übungsaufgabe 51.** Lösen Sie Aufgabe 41 in den Slides.

**Übungsaufgabe 52.** Lösen Sie Aufgabe 42 in den Slides.

**Übungsaufgabe 53.** Lösen Sie Aufgabe 43 in den Slides.

**Übungsaufgabe 54.**  $X_1, \dots, X_n$  sei eine Stichprobe von  $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ . Entwickeln Sie einen exakten, auf der  $\chi^2$ -Verteilungen beruhenden Hypothesentest für  $H_0 : \sigma = \sigma_0$  versus  $H_1 : \sigma \neq \sigma_0$ . Arbeiten Sie mit Simulationen, um zu überprüfen, ob der Test das Signifikanzniveau  $\alpha$  einhält und um die Form der power-Funktion zu skizzieren.

Hinweis: Verwerfen Sie  $H_0$  genau dann, wenn  $\sigma_0$  nicht im Konfidenzintervall (mit Überdeckungswahrscheinlichkeit  $1 - \alpha$ ) für  $\sigma$  liegt.