

9. Übung am 12. Juni 2017

UV Angewandte Statistik (405.330), Ass.-Prof. Dr. Wolfgang Trutschnig

Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik-Skriptum.

Übungsaufgabe 41 Leiten Sie analog zu Folgerung 4.14 ein asymptotisches Konfidenzintervall für die Differenz $\theta = p_1 - p_2$ zweier Anteile $p_1, p_2 \in (0, 1)$ her. Es sei dafür X_1, \dots, X_{n_1} eine Stichprobe von $A(p_1)$, Y_1, \dots, Y_{n_2} eine Stichprobe von $A(p_2)$, $X_1, \dots, X_{n_1}, Y_1, \dots, Y_{n_2}$ unabhängig, und für $n = n_1 + n_2$ gelte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n_1}{n} \in (0, 1)$.

Übungsaufgabe 42 Beweisen Sie Satz 4.15 (asymptotisches Konfidenzintervall für den Parameter $\theta = \mathbb{E}(X) - \mathbb{E}(Y)$) und überprüfen Sie mittels Simulationen die Überdeckungswahrscheinlichkeit für zumindest zwei verschiedene Verteilungen und verschiedene Werte von n_1 und n_2 .

Übungsaufgabe 43 (R) Erklären Sie, was der R-Code `exact_confidence_band.R` macht und wiederholen Sie das Experiment für eine andere, stetige Verteilungsfunktion F .

Hinweis: Gemäss Übungsaufgabe 4 hängt die Verteilung von

$$D_n(\omega) = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x)(\omega) - F(x)|$$

nicht von F ab und es gilt

$$D_n = \max_{i=1, \dots, n} \max \left\{ \left| \frac{i-1}{n} - U_{(i)} \right|, \left| \frac{i}{n} - U_{(i)} \right| \right\},$$

wobei $U_{(i)}$ die i -te Ordnungsstatistik von $\mathcal{U}(0, 1)$ bezeichnet.

Übungsaufgabe 44 Verwenden Sie den Satz von Masaart, um ein asymptotisches Konfidenzband für beliebige (nicht notwendigerweise stetige) Verteilungsfunktionen herzuleiten. Überprüfen Sie mittels Simulationen die Überdeckungswahrscheinlichkeit des erhaltenen Konfidenzbands für mindestens zwei verschiedene Verteilungen.

Übungsaufgabe 45 (Fortsetzung von 43) Verifizieren Sie mittels Simulationen (für mindestens zwei von Ihnen gewählte Verteilungsfunktionen), dass das in Aufgabe 43 implementierte Konfidenzband für F exakt ist.