

07. Übung am 11. Mai 2026

UV Angewandte Statistik (405.170)

Link Ankreuzliste: siehe www.truttschnig.net/courses

Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.

Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik oder das Angewandte Statistik Skriptum.

Sollte ein Link nicht funktionieren, laden Sie bitte die aktuelle Version des Skriptums herunter

Übungsaufgabe 32 (R). Wir arbeiten mit dem via email verschickten `tips` Datensatz. Erstellen Sie 2-3 schöne `ggplot2` Grafiken, die einen guten Überblick über den Datensatz geben. Berechnen Sie dann für alle Einträge den Trinkgeld Prozentsatz und fügen Sie eine Spalten namens `weekend` mit den Werten `yes/no`^{iv} dazu. Filtern Sie auf jene Daten, für die der Prozentsatz nicht `NA` ist und berechnen Sie dann sowohl für Wochenenden als auch für nicht-Wochenenden ein Konfidenzintervall für den mittleren `tip` unter Annahme der Normalverteilung; vergleichen Sie die zwei Intervalle mit jenen, die Sie via Satz 4.14 (ohne Normalverteilungsannahme) erhalten.

Übungsaufgabe 33 (R). Gehen Sie den unter Beispiel 4.22 verlinkten R-Code Zeile für Zeile durch und überlegen Sie, was hier genau passiert. Modifizieren Sie den Code dann so, dass Sie die Überdeckungswahrscheinlichkeit für $X_1 \sim \mathcal{N}(0, 1)$ und eine weitere, von Ihnen selbst gewählte stetige Verteilung statt $B(5, 4)$ approximieren.

Übungsaufgabe 34 (R). Verwenden Sie den Satz von Massart, um ein asymptotisches Konfidenzband für beliebige (nicht notwendigerweise stetige) Verteilungsfunktionen herzuleiten. Überprüfen Sie mittels Simulationen die Überdeckungswahrscheinlichkeit des erhaltenen Konfidenzbands für mindestens zwei verschiedene un stetige Verteilungen^v.

Übungsaufgabe 35. Geben Sie ein Beispiel dafür, dass die erste Aussage des Satzes von Slutsky i.A. nicht gilt, wenn $Y_n \xrightarrow{w} Y$, die Zufallsvariable Y aber nicht konstant $[\mathbb{P}]$ ist. Verifizieren Sie Ihr Beispiel mittels Simulationen in R.

Übungsaufgabe 36. Sei $T : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ messbar und es gelte $\lambda(T^{-1}(\{a\})) = 0$ für jedes $a \in [0, 1]$. (i) Beweisen Sie, dass sich T dann nicht-fallend umordnen lässt, i.e., dass es eine nicht-fallende Transformation $T^* : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ und eine λ -treue Transformation $\varphi : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ gibt, sodass

$$T(x) = T^*(\varphi(x))$$

für jedes $x \in [0, 1]$ gilt.

(ii) Nehmen wir weiters an, dass T, T_1, T_2, \dots die obige Bedingung erfüllen und, dass $(T_n)_{n \in \mathbb{N}}$ λ -fast überall gegen T konvergiert. Konvergiert dann auch die entsprechende Folge $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ λ -fast überall gegen φ ?

Hinweis: @ (i): Betrachten Sie die Funktion $\varphi = F_T \circ T$ (wobei F_T die Verteilungsfunktion von T aufgefasst als Zufallsvariable auf $([0, 1], \mathcal{B}([0, 1]), \lambda)$ bezeichnet) und setzen Sie $T^* := F_T^-$.

@ (ii) Wenn Zufallsvariablen fast überall konvergieren, dann konvergieren die entsprechenden Verteilungsfunktionen schwach. Ist die Ziel-Verteilungsfunktion stetig, dann folgt aus der schwachen Konvergenz der Verteilungsfunktionen sogar deren gleichmäßige Konvergenz.

^{iv}yes genau dann, wenn Saturday oder Sunday

^vi.e. für Zufallsvariable deren Verteilungsfunktion mindestens eine Unstetigkeitsstelle hat