09. Übung am 01. Juni 2026

UV Angewandte Statistik (405.170)
Link Ankreuzliste: siehe www.trutschnig.net/courses
Mit 'F' versehene Aufgaben sind freiwillig, mit * versehene Aufgaben haben einen erhöhten Schwierigkeitsgrad.
Alle Verweise beziehen sich auf das Statistik oder das Angewandte Statistik Skriptum.
Sollte ein Link nicht funktionieren, laden Sie bitte die aktuelle Version des Skriptums herunter

Übungsaufgabe 43 (Sample Size Berechnung)**.** Berechnen Sie ausgehend von Satz 5.5. (=direkte Folgerung von Beispiel 5.1), wie groß die Sample Size n in dieser Situation sein muss, damit die Power $\pi(\mu_0 + 1)$ bzw. $\pi(\mu_0 + 2)$ mindestens 99% ist.

Übungsaufgabe 44. Angenommen, $X \sim (P_\theta)_{\theta\in\Theta}$ und C_n ist ein exaktes Konfidenzintervall mit Überdeckungswahrscheinlichkeit $1-\alpha$ für den eindimensionalen Parameter θ. Kann (analog zu Beispiel 5.1) daraus sofort (und ohne Annahme der Normalverteilung, etc.) ein exakter Hypothesentest $H_0 : \theta = \theta_0$ vs. $H_1 : \theta \neq \theta_0$ zum Niveau α konstruiert werden? Im positiven Fall verwenden Sie dann eines der in der UV kennengelernten Konfidenzintervalle (nicht jenes von Beispiel 5.1) und überprüfen Sie Fehler erster und zweiter Art des entsprechenden Hypothesentests für $n \in \{100, 1000\}$ mittels Simulationen in R.

Für die folgende Aufgabe können Sie (beispielsweise) die vorige Aufgabe, Satz 4.16 (Allgemeine Version) und die R-function `t.test` verwenden.

Übungsaufgabe 45. Lesen Sie den via email geschickten kurzen Artikel und erzeugen Sie dann einen Datensatz in R, der dem Artikel entspricht[vi] - codieren Sie dazu `tip=ja` mit 1 und `tip=nein` mit 0 und betrachten Sie nur männliche Kunden. Erstellen Sie zwei ggplot2 Grafiken, die die Daten gut zusammenfassen und testen Sie dann die Nullhypothese H_0 : 'die Wahrscheinlichkeit, Trinkgeld zu bekommen, ist für Kellnerinnen mit roter Kleidung gleich hoch wie für Kellnerinnen mit andersfarbiger Kleidung'. Wird H_0 verworfen?

Übungsaufgabe 46. Verwenden Sie Satz 4.20 um ausgehend von einer Stichprobe $X_1, \ldots, X_n \sim F$ (mit F stetig) einen Test für $H_0 : F = F_0$ versus $H_1 : F \neq F_0$ herzuleiten. Wie kann die Power dieses Tests mittels Simulationen überprüft werden?

Übungsaufgabe 47. Erika Musterfrau schlägt (motiviert von Idee 1 in Beispiel 5.1) den folgenden Test auf Normalverteilung[vii] vor: Ausgehend von einer Stichprobe $X_1, \ldots X_n$ von $X \sim F$ setzen wir $\mu_0 = \overline{X}_n$ und $\sigma_0 = \sqrt{S_n^2}$ und testen dann (mittels Idee 1) $H_0 : F = F_{\mu_0,\sigma_0^2}$, wobei F_{μ_0,σ_0^2} die Verteilungsfunktion von $\mathcal{N}(\mu_0, \sigma_0^2)$ bezeichnet. Überprüfen Sie mittels Simulationen, dass der resultierende Test für kleine Sample Sizes ($n = 10, 20, 30$) sehr geringe Power hat und überlegen Sie sich, warum dem so ist.

Übungsaufgabe 48. Sei ϑ ein Wahrscheinlichkeitsmaß mit $\vartheta((0, 1)) = 1$ (also volle Masse in $(0, 1)$). Weiter sei $a \in (0, 1)$ beliebig aber fest. Beweisen Sie, dass ein eindeutiges $\alpha \in [0, \infty)$ mit $\int_{(0,1)} x^\alpha \, d\vartheta(x) = a$ existiert.

[vi] die Daten lassen sich hinsichtlich der binären Zielvariable tip ja/nein leicht rekonstruieren
[vii] die H_0 ist also 'X ist normalverteilt'